GỢI Ý GIẢI ĐỀ THAM KHẢO CỦA BỘ GIÁO DỤC

Câu 1. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành:

$$x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{array}\right. \Rightarrow \text{có 3 giao điểm}$$

Chọn đáp án B

Câu 2. $y = \log x \Rightarrow y' = \dfrac{1}{x.\ln 10}$

Chọn đáp án C

Câu 3. $5^{x+1} - \dfrac{1}{5} > 0 \Leftrightarrow 5^{x+1} > 5^{-1} \Leftrightarrow x + 1 > -1 \Leftrightarrow x > -2$

Chọn đáp án C

Câu 4. a, b lần lượt là phần thực, phần ảo của số phức $3 - 2\sqrt{2}i \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2\sqrt{2} \end{cases}$

Chọn đáp án D

Câu 5. $\overline{z} = (4 - 3i)(1 + i) = 7 + i \Rightarrow |z| = |\overline{z}| = 5\sqrt{2}$

Chọn đáp án C

Câu 6. $y = \dfrac{x-2}{x+1} \Rightarrow y' = \dfrac{3}{(x+1)^2} > 0$; $\forall x \neq -1$

Chọn đáp án B

Câu 7. Nhìn bảng biến thiên, ta thấy $y_{CĐ} = 5$

Chọn đáp án A

Câu 8. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20 \Rightarrow$ tâm $I(1;-2;4)$; $R = 2\sqrt{5}$

Chọn đáp án D

Câu 9. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} \Rightarrow d: \begin{cases} \text{qua } M(1;0;-2) \\ \text{vtcp } \vec{u} = (2;3;1) \end{cases} \Rightarrow d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{1}$

Chọn đáp án D

Câu 10. $\displaystyle\int \left(x^2 + \frac{2}{x^2}\right)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

Chọn đáp án A

Câu 11. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'	‖	‖	$+$	‖	$-$	
y	‖	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ 1	↘	0

$\lim\limits_{x \to (-2)^-} y = -\infty \Rightarrow x = -2$: TCĐ

$\lim\limits_{x \to 0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$: TCĐ

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$: TCN

Chọn đáp án B

Câu 12. $P=\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2017}\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2016}=\left[\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{3}-7\right)\right]^{2016}\left(7+4\sqrt{3}\right)$

$=(-1)^{2016}\left(7+4\sqrt{3}\right)=7+4\sqrt{3}$

Chọn đáp án C

Câu 13. $P=\log_{\sqrt[3]{a}}a^3=3.3\log_a a=9$

Chọn đáp án C

Câu 14. Hàm bậc bốn trùng phương luôn có ít nhất 1 cực trị (loại C)

Hàm nhất biến không liên tục trên $(-\infty;+\infty)$ (loại D)

$y=2x^3-5x+1\Rightarrow y'=6x^2-5$ có 2 nghiệm (loại B)

$y=3x^3+3x-2\Rightarrow y'=9x^2+3>0;\ \forall x\in\mathbb{R}$

Chọn đáp án A

Câu 15. $f(x)=x\ln x\Rightarrow f'(x)=\ln x+1$

Chọn đáp án C

Câu 16. $S_đ=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $h=a\Rightarrow V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Chọn đáp án D

Câu 17. Gọi $D(x;0;0)\Rightarrow\overrightarrow{AD}=(x-3;4;0)$; $\overrightarrow{BC}=(4;0;-3)$

$AD=BC\Leftrightarrow(x-3)^2+16=16+9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-3=3\\x-3=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\x=0\end{array}\right.$

Chọn đáp án D

Câu 18. $z^2+z+1=0\Rightarrow P=z_1^2+z_2^2+z_1z_2=\left(z_1+z_2\right)^2-z_1.z_2=0$

Chọn đáp án D

Câu 19. $y=3x+\dfrac{4}{x^2}\Rightarrow y'=3-\dfrac{8}{x^3}$

$y'=0\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{\sqrt[3]{3}}$; $y=3\sqrt[3]{9}$ là cực tiểu duy nhất trên $(0;+\infty)$

Chọn đáp án A

Câu 20. Đa diện có 11 mặt

Chọn đáp án D

Câu 21. $f(x)<0;\forall x\in(-1;0)\Rightarrow a=\int_{-1}^{0}f(x)dx<0$

$f(x)>0;\forall x\in(0;2)\Rightarrow b=\int_{0}^{2}f(x)dx>0$

$\Rightarrow S=b-a$

Chọn đáp án A

Câu 22. $\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3$; $x>1$

$\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-1\right)=3\Leftrightarrow x^2-1=8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-3\ (\text{loại})\end{array}\right.$

Chọn đáp án C

Câu 23. Đồ thị hàm số có TCĐ: $x=-1$ (loại C, D)

Hàm đồng biến trên từng khoảng xác định (loại A)

Chọn đáp án B

Câu 24. $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\,dx$

Đặt $u=x^2-1 \Rightarrow du=2x\,dx$ $\begin{cases} x=1\Rightarrow u=0 \\ x=2\Rightarrow u=3 \end{cases} \Rightarrow I=\int_0^3 \sqrt{u}\,du$

Chọn đáp án C

Câu 25. $M=(a;b)$ biểu diễn $z=a+bi \Rightarrow 2z=2a+2bi$ tương ứng điểm E

Chọn đáp án C

Câu 26. $S_{xq}=\pi R\ell \Leftrightarrow \pi a\ell=3\pi a^2 \Leftrightarrow \ell=3a$

Chọn đáp án D

Câu 27. $\int_0^1 \frac{1}{e^x+1}dx=a+b\ln\frac{1+e}{2}$

Ta có: $I=\int_0^1 \frac{1}{e^x+1}dx=\int_0^1 \frac{e^x}{e^x\left(e^x+1\right)}dx$

Đặt $t=e^x \Rightarrow dt=e^x\,dx$ $\begin{cases} x=0\Rightarrow t=1 \\ x=1\Rightarrow t=e \end{cases}$

$I=\int_1^e \frac{1}{t(t+1)}dt=\int_1^e\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t+1}\right)dt=\left(\ln|t|-\ln|t+1|\right)\Big|_1^e=1-\ln\frac{e+1}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow S=a^3+b^3=0$

Chọn đáp án C

Câu 28. Hình trụ ngoại tiếp hình lập phương cạnh a

$\Rightarrow R=\frac{a\sqrt{2}}{2};\ h=a \Rightarrow V=\pi R^2h=\frac{\pi a^3}{2}$

Chọn đáp án D

Câu 29. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại A $\Rightarrow (P):\begin{cases} \text{qua } A(2;1;2) \\ \text{vtpt } \vec{n}=\overrightarrow{AI}=(1;1;-3) \end{cases}$

$\Rightarrow (P): x+y-3z+3=0$

Chọn đáp án D

Câu 30. $(P): 2x-2y-z+1=0$; vtpt $\vec{n}=(2;-2;-1)$

$\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2} \Rightarrow \Delta:\begin{cases} \text{qua } M(1;-2;1) \\ \text{vtcp } \vec{u}=(2;1;2) \end{cases}$

$\vec{u}.\vec{n}=0$ và $M\notin(P) \Rightarrow \Delta // (P)$

$d\left(\Delta;(P)\right)=d\left(M;(P)\right)=2$

Chọn đáp án D

Câu 31. $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1 \Rightarrow y'=4x\left[(m-1)x^2-(m-3)\right]$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=\frac{m-3}{m-1}\ (1) \end{array}\right.$ (chú ý $a=4>0$)

Hàm không có cực đại khi chỉ có x = 0 là cực tiểu

$\Leftrightarrow$ (1) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép = 0 $\Leftrightarrow 1 < m \le 3$

Với m = 1 $\Rightarrow y = 4x^2 + 1 \Rightarrow y' = 8x \Rightarrow$ hàm số có cực tiểu x = 0

Vậy $1 \le m \le 3$

Chọn đáp án A

Câu 32. Hàm số $y = (x-2)\left(x^2 - 1\right)$ có đồ thị (C)

$\Rightarrow y = |x-2|\left(x^2-1\right)$ có đồ thị như sau:

Với x ≥ 2: giữ nguyên phần của đồ thị (C) tương ứng

Với x < 2: lấy đối xứng qua trục hoành phần của đồ thị (C) tương ứng

Chọn đáp án A

Câu 33. $\log_a b = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\log_a \sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{\frac{1}{2}\left(\log_a b - 1\right)}{\frac{1}{2}\log_a b - 1} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2} = -1-\sqrt{3}$$

Chọn đáp án C

Câu 34. Thiết diện có diện tích $S(x) = 3x\sqrt{3x^2-2}$

$V = \int_1^3 3x\sqrt{3x^2-2}\,dx$ Đặt $t = \sqrt{3x^2-2} \Rightarrow tdt = 3xdx$ $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 1 \\ x = 3 \Rightarrow t = 5 \end{cases}$

$$V = \int_1^5 t^2\,dt = \left.\frac{t^3}{3}\right|_1^5 = \frac{124}{3}$$

Chọn đáp án C

Câu 35. $3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0$; $(x > -1)$

Đặt $f(x) = 3x^2 - 6x + 3\ln(x+1) + 1 \Rightarrow f'(x) = 6x - 6 + \frac{3}{x+1}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\left[2\left(x^2-1\right)+1\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{\sqrt{2}};\ y \approx -0{,}1 < 0 \\ x = -\frac{1}{\sqrt{2}};\ y \approx 3{,}1 > 0 \end{array}\right.$$

x	-1		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
y'		+		−		+	
y	$-\infty$	↗	3,1	↘	−0,1	↗	$+\infty$

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

Chọn đáp án C

Câu 36. $S_{ABCD} = a^2$

$DA \perp (SAB) \Rightarrow \left(\widehat{SD;(SAB)}\right) = \widehat{ASD} = 30^o$

$\Rightarrow h = SA = AD\cot 30^o = a\sqrt{3} \Rightarrow V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Chọn đáp án D

Câu 37. $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+5}{-1} = \dfrac{z-3}{4}$; $(\alpha): x+3=0$

Gọi $I = d \cap (\alpha) \Rightarrow I(-3;-3;-5)$

Chọn $M(1;-5;3) \Rightarrow$ hình chiếu của M trên (α) là $H(-3;-5;3)$

$\Rightarrow \overrightarrow{IH} = (0;-2;8) \Rightarrow$ hình chiếu của d trên (α) là:

$\begin{cases} x=-3 \\ y=-5-t \\ z=3+4t \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}$

Chọn đáp án D

Câu 38. $\int_0^1 (x+1)f'(x)\,dx = 10$ $\begin{cases} u = x+1 \Rightarrow du = dx \\ dv = f'(x)\,dx \Rightarrow v = f(x) \end{cases}$

$\Rightarrow 10 = (x+1)f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)\,dx = 2f(1) - f(0) - \int_0^1 f(x)\,dx$

$\Rightarrow I = \int_0^1 f(x)\,dx = 2 - 10 = -8$

Chọn đáp án D

Câu 39. Đặt $z = a + bi$; $(a, b \in \mathbb{R})$

$\begin{cases} |z-i| = 5 \\ z^2 \text{ thuần ảo} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (b-1)^2 = 25 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - b - 12 = 0 \\ a^2 = b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 4 \Rightarrow a = \pm 4 \\ b = -3 \Rightarrow a = \pm 3 \end{array}\right.$

Chọn đáp án C

Câu 40. $y = \dfrac{\ln x}{x} \Rightarrow y' = \dfrac{1 - \ln x}{x^2} \Rightarrow xy' = \dfrac{1}{x} - y$

$\Rightarrow y' + xy'' = -\dfrac{1}{x^2} - y' \Rightarrow 2y' + xy'' = -\dfrac{1}{x^2}$

Chọn đáp án A

Câu 41. $y = \left(m^2 - 1\right)x^3 + (m-1)x^2 - x + 4 \Rightarrow y' = 3\left(m^2 - 1\right)x^2 + 2(m-1)x - 1$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 + 3\left(m^2 - 1\right) \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\dfrac{1}{2} \le m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \le m \le 1 \Rightarrow$ có 2 số nguyên m thỏa

Chọn đáp án A

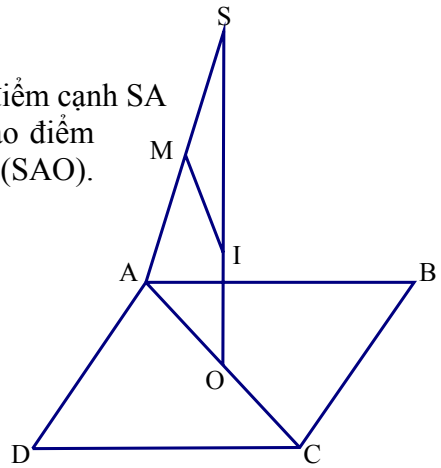
Câu 42. Gọi H là hình chiếu của A trên (P)

$$\Rightarrow AH:\begin{cases}\text{qua } A(-1;3;6)\\ \text{vtcp } \vec{u}=(6;-2;1)\end{cases} \Rightarrow AH:\begin{cases}x=-1+6t\\ y=3-2t\\ z=6+t\end{cases}$$

$$H=AH\cap(P) \Rightarrow 6(-1+6t)-2(3-2t)+(6+t)-35=0 \Rightarrow t=1$$

$$\Rightarrow H(5;1;7) \Rightarrow A'(11;-1;8) \Rightarrow OA'=\sqrt{186}$$

Chọn đáp án D



Câu 43. Gọi O là tâm hình vuông ABCD, M là trung điểm cạnh SA Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp S.ABCD là giao điểm của SO và đường trung trực cạnh SA trong mp(SAO).

$$SO=4a \Rightarrow R=SI=\frac{SA^2}{2SO}=\frac{25a}{8}$$

Chọn đáp án C

Câu 44. $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x}=2|\cos x|$

$$\text{Đặt } t=-x \Rightarrow dt=-dx \quad \begin{cases}x=-\dfrac{3\pi}{2}\Rightarrow t=\dfrac{3\pi}{2}\\ x=\dfrac{3\pi}{2}\Rightarrow t=-\dfrac{3\pi}{2}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(-x)\,dx=-\int_{\frac{3\pi}{2}}^{-\frac{3\pi}{2}} f(t)\,dt=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(t)\,dt=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)\,dx$$

$$\Rightarrow 2I=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\left[f(x)+f(-x)\right]dx=2\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos x|\,dx \Rightarrow I=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos x|\,dx=6$$

Chọn đáp án D

Câu 45. $\log(mx)=2\log(x+1)$; ĐK: $\begin{cases}mx>0\\ x>-1\end{cases}$

$mx=(x+1)^2 \Leftrightarrow x^2-(m-2)x+1=0$ có nghiệm duy nhất

$$* \text{ Nghiệm kép} > -1 \Rightarrow \begin{cases}\Delta=m(m-4)=0\\ x=\dfrac{m-2}{2}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}m=4\\ x=1\end{cases} \text{ (nhận } m=4)$$

$$* \text{ 2 nghiệm thỏa } x_1<-1<x_2 \Leftrightarrow (x_1+1)(x_2+1)<0$$

$$\Leftrightarrow x_1.x_2+(x_1+x_2)+1<0 \Leftrightarrow m<0$$

$\Rightarrow$ Có 2017 giá trị m (từ –2017 đến –1)

Vậy có 2018 giá trị m thỏa yêu cầu.

Chọn đáp án C

Câu 46. $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-1)x \Rightarrow y'=x^2-2mx+m^2-1$

Hàm có 2 cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=1>0;\ \forall m$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = m-1; y = \dfrac{m^3-3m-2}{3} \\ x = m+1; y = \dfrac{m^3-3m+2}{3} \end{array}\right.$$

Hai cực trị A, B nằm về 2 phía và cách đều đường thẳng $y = 5x - 9$

$\Rightarrow$ Trung điểm $I\left(m; \dfrac{m^3-3m}{3}\right)$ của đoạn AB thuộc đường thẳng $y = 5x - 9$

$$\Leftrightarrow \frac{m^3-3m}{3} = 5m - 9 \Leftrightarrow m^3 - 18m + 27 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m^2 + 3m - 9 = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = 3 \\ m_2 + m_3 = -3 \end{array}\right. \Rightarrow S = m_1 + m_2 + m_3 = 0$$

Chọn đáp án A

Câu 47. Giá trị lớn nhất của MN là độ dài lớn nhất của vectơ cùng phương với $\vec{u}$, tịnh tiến (S) thành (S') tiếp xúc với (P).

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$ $\begin{cases} I(-1;2;1) \\ R = 1 \end{cases}$

Gọi $\vec{v} = (t;0;t)$ cùng phương với $\vec{u} = (1;0;1)$

Phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (t;0;t)$ biến (S) thành (S') $\Rightarrow (S'): \begin{cases} I'(-1+t;2;1+t) \\ R' = R = -1 \end{cases}$

(S') tiếp xúc với (P) $\Leftrightarrow d\left(I';(P)\right) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{|-1+t-4+2+2t-3|}{3} = 1$

$$\Leftrightarrow |3t-6| = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \vec{v} = (3;0;3) \Rightarrow |\vec{v}| = 3\sqrt{2} \\ \vec{v} = (1;0;1) \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{2} \end{array}\right. \Rightarrow MN = 3\sqrt{2}$$

Chọn đáp án C

Câu 48. $|z+2-i| + |z-4-7i| = 6\sqrt{2}$

Đặt $N(x;y)$ biểu diễn số phức z

$\Rightarrow |z+2-i| + |z-4-7i| = \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-7)^2} = 6\sqrt{2}$

Gọi $A(-2;1)$; $B(4;7) \Rightarrow AB = 6\sqrt{2} \Rightarrow AN + NB = AB$

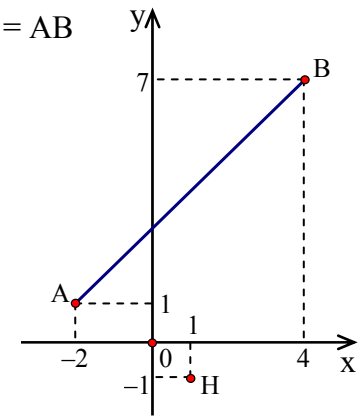
$\Rightarrow$ Tập hợp các điểm N là đoạn thẳng AB

$|z-1+i| = \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2}$. Gọi $H(1;-1)$

$\Rightarrow M = HB = \sqrt{73}$ và $m = d\left(H;(AB)\right) = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

Vậy $M + m = \dfrac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$

Chọn đáp án B



Câu 49. Ta có tâm I đường tròn đáy hình nón nằm trên đường thẳng SO.

Đặt r: bán kính đáy hình nón

$\Rightarrow OI = \sqrt{R^2 - r^2} \Rightarrow h = R + \sqrt{R^2 - r^2}$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2\left(R + \sqrt{R^2 - r^2}\right)$

Đặt $f(r) = r^2\left(R + \sqrt{R^2 - r^2}\right) \Rightarrow f'(r) = 2r\left(R + \sqrt{R^2 - r^2}\right) - \frac{r^3}{\sqrt{R^2 - r^2}}$

$f'(r) = 0 \Leftrightarrow 2\left(R^2 - r^2\right) + 2R\sqrt{R^2 - r^2} - r^2 = 0$

$\Rightarrow \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{R}{3} \Rightarrow h = \frac{4R}{3}$

Chọn đáp án C

Câu 50. Ta có thể tích khối đa diện còn lại là hiệu của thể tích tứ diện ban đầu với thể tích 4 tứ diện có đỉnh là một đỉnh của hình ban đầu và 3 đỉnh là trung điểm của 3 cạnh xuất phát từ đỉnh đó.

$\frac{V_1}{V} = \frac{1}{8} \Rightarrow V' = V - V_1 = V - \frac{4V}{8} = \frac{1}{2}V$

Chọn đáp án A